UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2016-2017**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+ay+z=a, \\ x-4y+(a+1)z=1, \\ 4y-az=0, \end{cases}$ se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo en función de los valores del parámetro real a.
b) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a=1$.
c) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a=2$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dados los puntos $P(1,-2,1)$, $Q(-4,0,1)$, $R(-3,1,2)$, $S(0,-3,0)$, se pide:

a) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a P, Q y R.
b) (1 punto) Estudiar la posición relativa de la recta r, que pasa por los puntos P y Q, y la recta s, que pasa por R y S.
c) (1 punto) Hallar el área del triángulo formado por los puntos P, Q y R.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t)=te^{-t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+x+6}{x-2}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar su dominio y asíntotas verticales.
b) (0.5 puntos) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,dx$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{2}{x}$ y $g(x) = \operatorname{sen}(x)$, se pide:

a) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x \to 0} \left(f(x) - \dfrac{2}{g(x)} \right)$.

b) (0.75 puntos) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(\frac{1}{2}, 4)$.

c) (1.25 puntos) Calcular el área delimitada por la curva $y = f(x)$ y la recta $y = -x + 3$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar la matriz P^{-1}, inversa de la matriz P.

b) (1 punto) Determinar la matriz B^{-1}, inversa de la matriz $B = P^{-1}J^{-1}$.

c) (1 punto) Calcular el determinante de la matriz A^2, siendo $A = PJP^{-1}$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Determine la distancia entre las rectas

$$r_1 \equiv x = y = z \qquad \text{y} \qquad r_2 \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0, \\ x - z + 1 = 0. \end{cases}$$

b) (1 punto) Obtenga el punto de corte de la recta $s \equiv x = 2 - y = z - 1$ con el plano perpendicular a s, que pasa por el origen.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:

a) (1 punto) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.

b) (1 punto) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?